数　　学　　I

(全　問　必　答)

第1問 (配点　20)

〔1〕 c を正の整数とする。x の2次方程式

$$2x^2 + (4c-3)x + 2c^2 - c - 11 = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

について考える。

(1) $c = 1$ のとき，① の左辺を因数分解すると

$$\left(\boxed{\text{ア}}\,x + \boxed{\text{イ}}\right)\left(x - \boxed{\text{ウ}}\right)$$

であるから，① の解は

$$x = -\frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ア}}},\quad \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) $c = 2$ のとき，① の解は

$$x = \frac{-\boxed{\text{エ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であり，大きい方の解を α とすると

$$\frac{5}{\alpha} = \frac{\boxed{\text{ク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。また，$m < \dfrac{5}{\alpha} < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{シ}}$ である。

(数学I第1問は次ページに続く。)

(3) 太郎さんと花子さんは，① の解について考察している。

太郎：① の解は c の値によって，ともに有理数である場合もあれば，ともに無理数である場合もあるね。c がどのような値のときに，解は有理数になるのかな。

花子：2次方程式の解の公式の根号の中に着目すればいいんじゃないかな。

① の解が異なる二つの有理数であるような正の整数 c の個数は $\boxed{\text{ス}}$ 個である。

(数学Ⅰ第1問は次ページに続く。)

〔2〕 Uを全体集合とし，A，B，CをUの部分集合とする。また，A，B，Cは

$$C = (A \cup B) \cap (\overline{A \cap B})$$

を満たすとする。ただし，Uの部分集合Xに対し，$\overline{X}$はXの補集合を表す。

(1) U，A，Bの関係を図1のように表すと，$A \cap \overline{B}$は図2の斜線部分である。

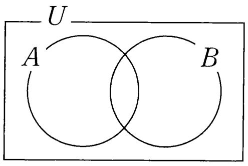


図 1

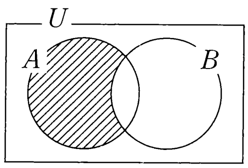
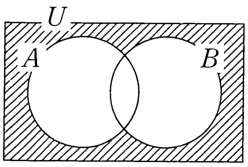


図 2

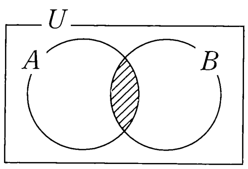
このとき，Cは $\boxed{セ}$ の斜線部分である。

$\boxed{セ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～③のうちから一つ選べ。

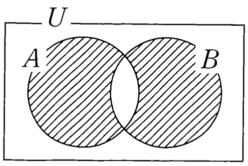
⓪



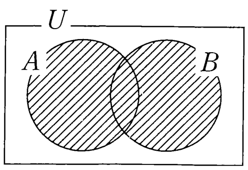
①



②



③



(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

(2) 集合 U, A, C が

$U=\{x \mid x$ は 15 以下の正の整数$\}$

$A=\{x \mid x$ は 15 以下の正の整数で 3 の倍数$\}$

$C=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15\}$

であるとする。$A\cap B=A\cap\overline{C}$ であることに注意すると

$A\cap B=\left\{\boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タチ}}\right\}$

であることがわかる。また，B の要素は全部で $\boxed{\text{ツ}}$ 個あり，そのうち最大のものは $\boxed{\text{テト}}$ である。

さらに，U の要素 x について，条件 p, q を次のように定める。

p：x は $\overline{A}\cap B$ の要素である

q：x は 5 以上かつ 15 以下の素数である

このとき，p は q であるための $\boxed{\text{ナ}}$。

$\boxed{\text{ナ}}$ の解答群

⓪ 必要条件であるが，十分条件ではない
① 十分条件であるが，必要条件ではない
② 必要十分条件である
③ 必要条件でも十分条件でもない

数学Ⅰ

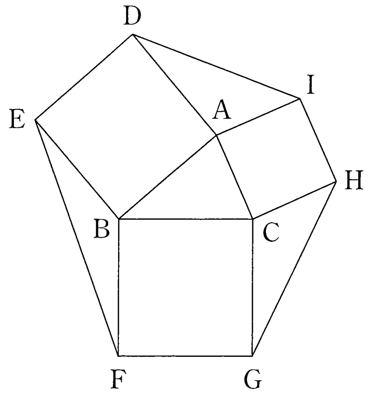
第２問 （配点　30）

右の図のように，△ABC の外側に辺 AB，BC，CA をそれぞれ１辺とする正方形 ADEB，BFGC，CHIA をかき，２点 E と F，G と H，I と D をそれぞれ線分で結んだ図形を考える。以下において

$BC = a$，$CA = b$，$AB = c$

$\angle CAB = A$，$\angle ABC = B$，$\angle BCA = C$

とする。



参考図

(1)　$b = 6$，$c = 5$，$\cos A = \dfrac{3}{5}$ のとき，$\sin A = \dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ であり，△ABC の面積は $\boxed{\text{ウエ}}$，△AID の面積は $\boxed{\text{オカ}}$ である。また，正方形 BFGC の面積は $\boxed{\text{キク}}$ である。

（数学Ⅰ第２問は次ページに続く。）

(2) 正方形BFGC，CHIA，ADEBの面積をそれぞれS_1，S_2，S_3とする。このとき，$S_1 - S_2 - S_3$は

- $0° < A < 90°$のとき，$\boxed{ケ}$。
- $A = 90°$のとき，$\boxed{コ}$。
- $90° < A < 180°$のとき，$\boxed{サ}$。

$\boxed{ケ}$ ～ $\boxed{サ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 0である
① 正の値である
② 負の値である
③ 正の値も負の値もとる

(3) △AID，△BEF，△CGHの面積をそれぞれT_1，T_2，T_3とする。このとき，$\boxed{シ}$である。

$\boxed{シ}$ の解答群

⓪ $a < b < c$ならば，$T_1 > T_2 > T_3$
① $a < b < c$ならば，$T_1 < T_2 < T_3$
② Aが鈍角ならば，$T_1 < T_2$ かつ $T_1 < T_3$
③ a，b，cの値に関係なく，$T_1 = T_2 = T_3$

(数学Ⅰ第2問は次ページに続く。)

(4) どのような △ABC に対しても，六角形 DEFGHI の面積は b，c，A を用いて

$$2\left\{b^2 + c^2 + bc\left(\boxed{\text{ス}}\right)\right\}$$

と表せる。

$\boxed{\text{ス}}$ の解答群

⓪ $\sin A + \cos A$	① $\sin A - \cos A$	② $2\sin A + \cos A$
③ $2\sin A - \cos A$	④ $\sin A + 2\cos A$	⑤ $\sin A - 2\cos A$

（数学 I 第 2 問は次ページに続く。）

(5) △ABC, △AID, △BEF, △CGH のうち，外接円の半径が**最も小さい**ものを求める。

$0^\circ < A < 90^\circ$ のとき，ID $\boxed{セ}$ BC であり

(△AID の外接円の半径) $\boxed{ソ}$ (△ABC の外接円の半径)

であるから，外接円の半径が最も小さい三角形は

- $0^\circ < A < B < C < 90^\circ$ のとき，$\boxed{タ}$ である。
- $0^\circ < A < B < 90^\circ < C$ のとき，$\boxed{チ}$ である。

$\boxed{セ}$, $\boxed{ソ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ <	① =	② >

$\boxed{タ}$, $\boxed{チ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ △ABC	① △AID	② △BEF	③ △CGH

(6) △ABC, △AID, △BEF, △CGH のうち，内接円の半径が**最も大きい**三角形は

- $0^\circ < A < B < C < 90^\circ$ のとき，$\boxed{ツ}$ である。
- $0^\circ < A < B < 90^\circ < C$ のとき，$\boxed{テ}$ である。

$\boxed{ツ}$, $\boxed{テ}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ △ABC	① △AID	② △BEF	③ △CGH

数学Ⅰ

第3問 (配点　30)

〔1〕 kを実数とする。2次関数

$$y = 2x^2 - 4x + 5$$

のグラフをGとする。また，グラフGをy軸方向にkだけ平行移動したグラフをHとする。

(1) グラフGの頂点の座標は$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$である。

(2) グラフHがx軸と共有点をもたないようなkの値の範囲は

$$k > \boxed{\text{ウエ}}$$

である。

(3) $k = -5$のとき，グラフHをx軸方向に1だけ平行移動したものは，$2 \leqq x \leqq 6$の範囲でx軸と$\boxed{\text{オ}}$点で交わる。また，$k = -5$のとき，グラフHをx軸方向に3だけ平行移動したものは，$2 \leqq x \leqq 6$の範囲でx軸と$\boxed{\text{カ}}$点で交わる。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(4) グラフ H が x 軸と異なる 2 点で交わるとき，その 2 点の間の距離は

$$\sqrt{\boxed{\text{キク}}\left(k+\boxed{\text{ケ}}\right)}$$

である。

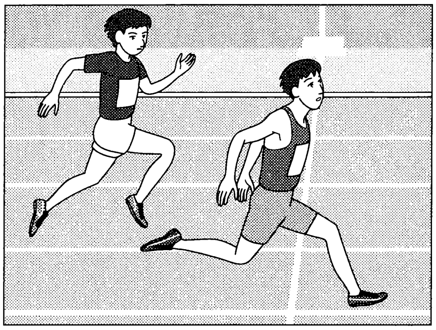
したがって，グラフ H を x 軸方向に平行移動して，$2 \leqq x \leqq 6$ の範囲で x 軸と異なる 2 点で交わるようにできるとき，k のとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{コサシ}} \leqq k < \boxed{\text{スセ}}$$

である。

（数学 I 第 3 問は次ページに続く。）

〔2〕 陸上競技の短距離100 m走では，100 mを走るのにかかる時間(以下，タイムと呼ぶ)は，1歩あたりの進む距離(以下，ストライドと呼ぶ)と1秒あたりの歩数(以下，ピッチと呼ぶ)に関係がある。ストライドとピッチはそれぞれ以下の式で与えられる。



$$\text{ストライド}(\text{m}/\text{歩}) = \frac{100(\text{m})}{100\text{ m を走るのにかかった歩数}(\text{歩})}$$

$$\text{ピッチ}(\text{歩}/\text{秒}) = \frac{100\text{ m を走るのにかかった歩数}(\text{歩})}{\text{タイム}(\text{秒})}$$

ただし，100 mを走るのにかかった歩数は，最後の1歩がゴールラインをまたぐこともあるので，小数で表される。以下，単位は必要のない限り省略する。

例えば，タイムが10.81で，そのときの歩数が48.5であったとき，ストライドは$\frac{100}{48.5}$より約2.06，ピッチは$\frac{48.5}{10.81}$より約4.49である。

なお，小数の形で解答する場合は，**解答上の注意**にあるように，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えよ。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークせよ。

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(1) ストライドをx，ピッチをzとおく。ピッチは1秒あたりの歩数，ストライドは1歩あたりの進む距離なので，1秒あたりの進む距離すなわち平均速度は，xとzを用いて $\boxed{ソ}$ (m/秒)と表される。

これより，タイムと，ストライド，ピッチとの関係は

$$タイム = \frac{100}{\boxed{ソ}} \quad \cdots\cdots ①$$

と表されるので，$\boxed{ソ}$ が最大になるときにタイムが最もよくなる。ただし，タイムがよくなるとは，タイムの値が小さくなることである。

$\boxed{ソ}$ の解答群

⓪ $x+z$	① $z-x$	② xz
③ $\frac{x+z}{2}$	④ $\frac{z-x}{2}$	⑤ $\frac{xz}{2}$

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

(2) 男子短距離100 m走の選手である太郎さんは，①に着目して，タイムが最もよくなるストライドとピッチを考えることにした。

次の表は，太郎さんが練習で100 mを3回走ったときのストライドとピッチのデータである。

	1回目	2回目	3回目
ストライド	2.05	2.10	2.15
ピッチ	4.70	4.60	4.50

また，ストライドとピッチにはそれぞれ限界がある。太郎さんの場合，ストライドの最大値は2.40，ピッチの最大値は4.80である。

太郎さんは，上の表から，ストライドが0.05大きくなるとピッチが0.1小さくなるという関係があると考えて，ピッチがストライドの1次関数として表されると仮定した。このとき，ピッチzはストライドxを用いて

$$z = \boxed{\text{タチ}}\,x + \frac{\boxed{\text{ツテ}}}{5} \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

と表される。

②が太郎さんのストライドの最大値2.40とピッチの最大値4.80まで成り立つと仮定すると，xの値の範囲は次のようになる。

$$\boxed{\text{ト}}\,.\,\boxed{\text{ナニ}} \leqq x \leqq 2.40$$

(数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

$y =$ $\boxed{ソ}$ とおく。② を $y =$ $\boxed{ソ}$ に代入することにより，y を x の関数として表すことができる。太郎さんのタイムが最もよくなるストライドとピッチを求めるためには，$\boxed{ト}$. $\boxed{ナニ}$ $\leqq x \leqq 2.40$ の範囲で y の値を最大にする x の値を見つければよい。このとき，y の値が最大になるのは $x =$ $\boxed{ヌ}$. $\boxed{ネノ}$ のときである。

よって，太郎さんのタイムが最もよくなるのは，ストライドが $\boxed{ヌ}$. $\boxed{ネノ}$ のときであり，このとき，ピッチは $\boxed{ハ}$. $\boxed{ヒフ}$ である。また，このときの太郎さんのタイムは，① により $\boxed{ヘ}$ である。

$\boxed{ヘ}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 9.68	① 9.97	② 10.09
③ 10.33	④ 10.42	⑤ 10.55

数学Ⅰ

第4問 (配点　20)

就業者の従事する産業は，勤務する事業所の主な経済活動の種類によって，第1次産業(農業，林業と漁業)，第2次産業(鉱業，建設業と製造業)，第3次産業(前記以外の産業)の三つに分類される。国の労働状況の調査(国勢調査)では，47の都道府県別に第1次，第2次，第3次それぞれの産業ごとの就業者数が発表されている。ここでは都道府県別に，就業者数に対する各産業に就業する人数の割合を算出したものを，各産業の「就業者数割合」と呼ぶことにする。

(1)　図1は，2015年度における都道府県別の第2次産業の就業者数割合のヒストグラムである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

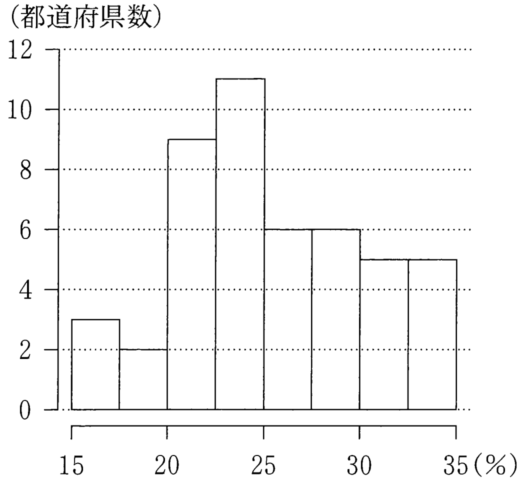


図1　2015年度における第2次産業の就業者数割合のヒストグラム

(出典：総務省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

図1のヒストグラムから次のことが読み取れる。

- 最頻値は階級 $\boxed{\text{ア}}$ の階級値である。
- 中央値が含まれる階級は $\boxed{\text{イ}}$ である。
- 第1四分位数が含まれる階級は $\boxed{\text{ウ}}$ である。
- 第3四分位数が含まれる階級は $\boxed{\text{エ}}$ である。
- 最大値が含まれる階級は $\boxed{\text{オ}}$ である。

$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ の解答群(同じものを繰り返し選んでもよい。)

⓪ 15.0以上17.5未満	① 17.5以上20.0未満
② 20.0以上22.5未満	③ 22.5以上25.0未満
④ 25.0以上27.5未満	⑤ 27.5以上30.0未満
⑥ 30.0以上32.5未満	⑦ 32.5以上35.0未満

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

⑵　図2は，1975年度から2010年度まで5年ごとの8個の年度(それぞれを時点という)における都道府県別の三つの産業の就業者数割合を箱ひげ図で表したものである。各時点の箱ひげ図は，それぞれ上から順に第1次産業，第2次産業，第3次産業のものである。

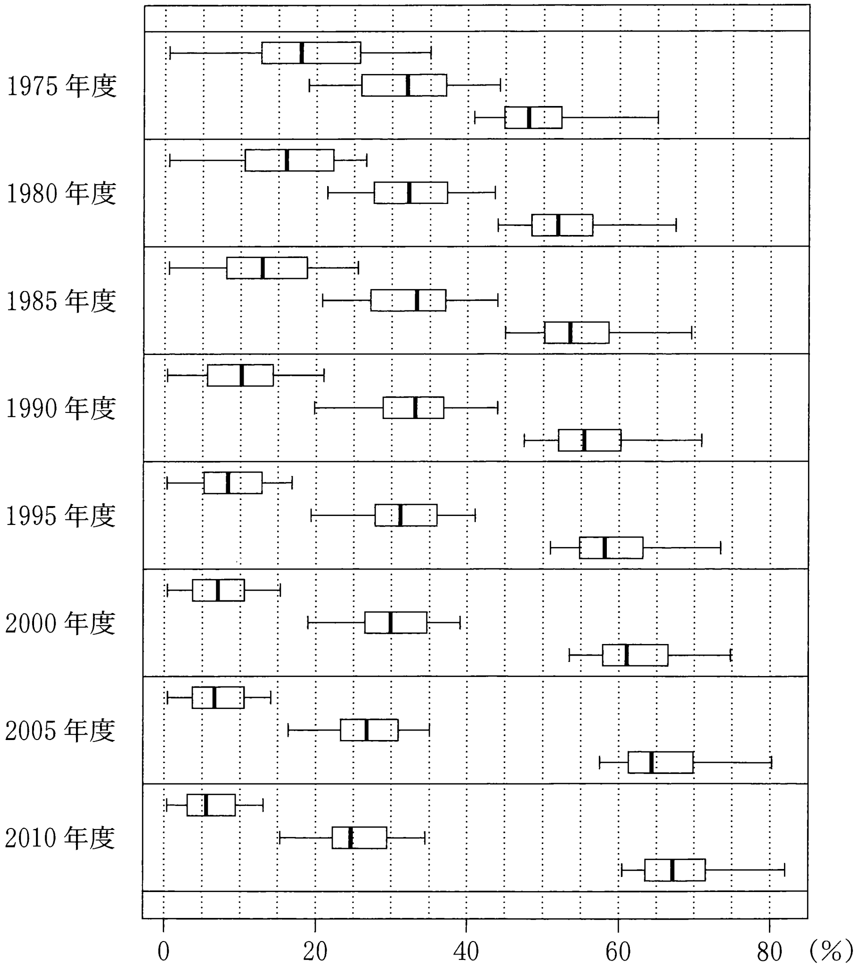


図2　三つの産業の就業者数割合の箱ひげ図

(出典：総務省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

次の⓪〜⑤のうち，図2から読み取れることとして**正しくないもの**は $\boxed{\text{カ}}$ と $\boxed{\text{キ}}$ である。

$\boxed{\text{カ}}$ ， $\boxed{\text{キ}}$ の解答群(解答の順序は問わない。)

⓪ 第1次産業の就業者数割合の四分位範囲は，2000年度までは，後の時点になるにしたがって減少している。

① 第1次産業の就業者数割合について，左側のひげの長さと右側のひげの長さを比較すると，どの時点においても左側の方が長い。

② 第2次産業の就業者数割合の中央値は，1990年度以降，後の時点になるにしたがって減少している。

③ 第2次産業の就業者数割合の第1四分位数は，後の時点になるにしたがって減少している。

④ 第3次産業の就業者数割合の第3四分位数は，後の時点になるにしたがって増加している。

⑤ 第3次産業の就業者数割合の最小値は，後の時点になるにしたがって増加している。

(数学 I 第4問は次ページに続く。)

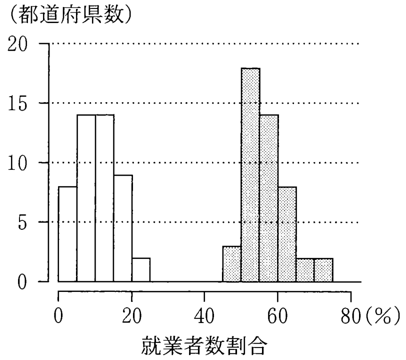
(3) (2)で取り上げた8時点の中から5時点を取り出して考える。各時点における都道府県別の，第1次産業と第3次産業の就業者数割合のヒストグラムを一つのグラフにまとめてかいたものが，次ページの五つのグラフである。それぞれの右側の網掛けしたヒストグラムが第3次産業のものである。なお，ヒストグラムの各階級の区間は，左側の数値を含み，右側の数値を含まない。

- 1985年度におけるグラフは $\boxed{\text{ク}}$ である。
- 1995年度におけるグラフは $\boxed{\text{ケ}}$ である。

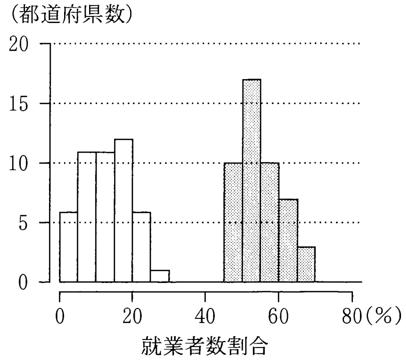
$\boxed{\text{ク}}$，$\boxed{\text{ケ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～④のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

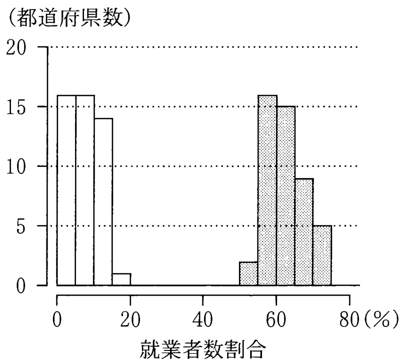
⓪



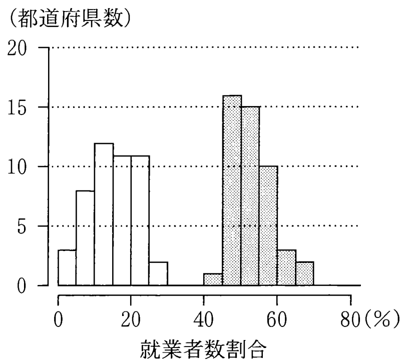
①



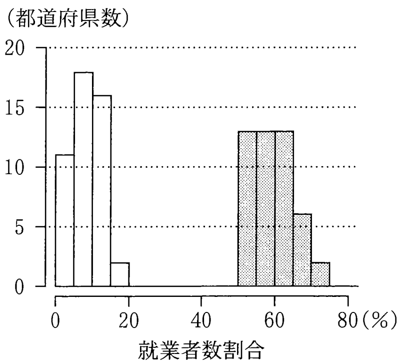
②



③



④



(出典：総務省の Web ページにより作成)

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(4) 三つの産業から二つずつを組み合わせて都道府県別の就業者数割合の散布図を作成した。図3の散布図群は，左から順に1975年度における第1次産業(横軸)と第2次産業(縦軸)の散布図，第2次産業(横軸)と第3次産業(縦軸)の散布図，および第3次産業(横軸)と第1次産業(縦軸)の散布図である。また，図4は同様に作成した2015年度の散布図群である。

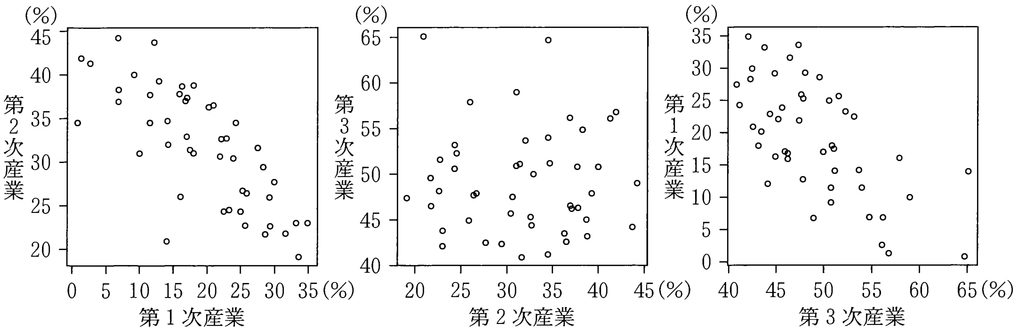


図3　1975年度の散布図群

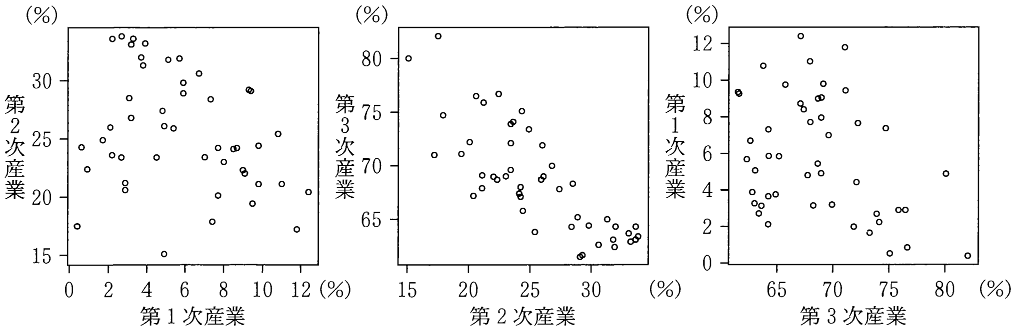


図4　2015年度の散布図群

(出典：図3，図4はともに総務省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

下の(I), (II), (III)は，1975 年度を基準としたときの，2015 年度の変化を記述したものである。ただし，ここで「相関が強くなった」とは，相関係数の絶対値が大きくなったことを意味する。

(I) 都道府県別の第 1 次産業の就業者数割合と第 2 次産業の就業者数割合の間の相関は強くなった。

(II) 都道府県別の第 2 次産業の就業者数割合と第 3 次産業の就業者数割合の間の相関は強くなった。

(III) 都道府県別の第 3 次産業の就業者数割合と第 1 次産業の就業者数割合の間の相関は強くなった。

(I), (II), (III)の正誤の組合せとして正しいものは $\boxed{\text{コ}}$ である。

$\boxed{\text{コ}}$ の解答群

	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
(I)	正	正	正	正	誤	誤	誤	誤
(II)	正	正	誤	誤	正	正	誤	誤
(III)	正	誤	正	誤	正	誤	正	誤

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(5) 各都道府県の就業者数の内訳として男女別の就業者数も発表されている。そこで，就業者数に対する男性・女性の就業者数の割合をそれぞれ「男性の就業者数割合」，「女性の就業者数割合」と呼ぶことにし，これらを都道府県別に算出した。図5は，2015年度における都道府県別の，第1次産業の就業者数割合(横軸)と，男性の就業者数割合(縦軸)の散布図である。

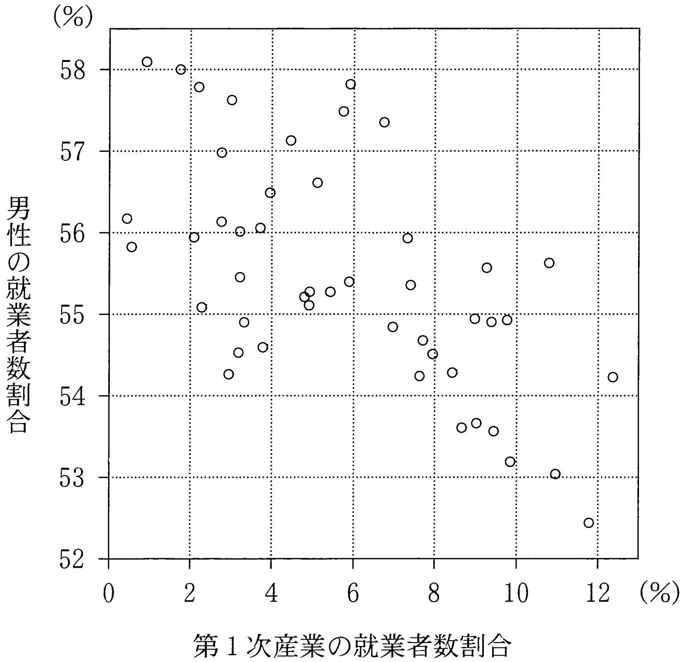


図5　都道府県別の，第1次産業の就業者数割合と，
男性の就業者数割合の散布図

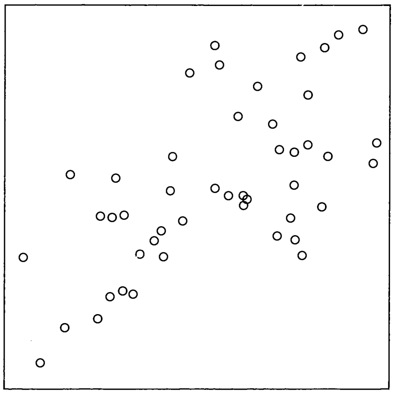
(出典：総務省のWebページにより作成)

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

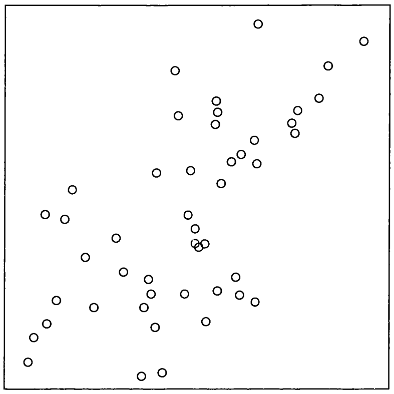
各都道府県の，男性の就業者数と女性の就業者数を合計すると就業者数の全体となることに注意すると，2015 年度における都道府県別の，第 1 次産業の就業者数割合(横軸)と，女性の就業者数割合(縦軸)の散布図は $\boxed{サ}$ である。

$\boxed{サ}$ については，最も適当なものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。なお，設問の都合で各散布図の横軸と縦軸の目盛りは省略しているが，横軸は右方向，縦軸は上方向がそれぞれ正の方向である。

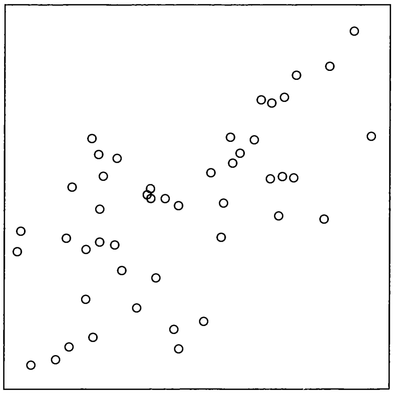
⓪



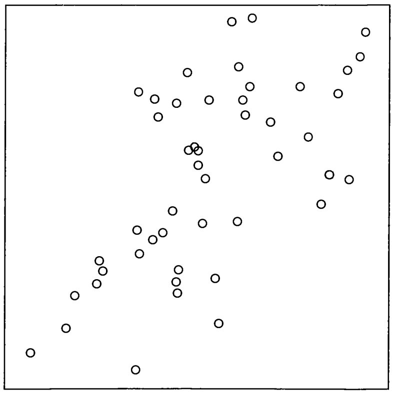
①



②



③



（下 書 き 用 紙）